UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Cálculo de potências aparente, ativa, não ativa e indicadores de distorção e desbalanço, e fator de potência segundo Buchholz-Goodhue e IEEE Standard 1459-2010

ANTÔNIO CÉSAR BALEEIRO ALVES
EULER BUENO DOS SANTOS

GOIÂNIA, NOVEMBRO DE 2010

ÍNDICE

APRESENTAÇÃO

Este texto apresenta a definição da potência aparente efetiva proposta por F. Buchholz em 1922 e desenvolvida na década subsequente por W. Goodhue. São estabelecidas as expressões de cálculo de potências a partir dos valores eficazes e ângulos de fase de tensão e corrente obtidos dos seus conteúdos espectrais. São também apresentados indicadores globais de distorção harmônica de tensão e de corrente, bem como os fatores de desbalanço da carga e de tensões e as expressões de definição de fatores de potência. Ao final, são resolvidos exemplos numéricos de aplicação das expressões partindo de dados das grandezas elétricas obtidas por meio de medições ou extraídas da bibliografia. Este trabalho é um subproduto do projeto de pesquisa intitulado *Projeto e Análise de Desempenho de Filtros para Terceiro Harmônico em Instalações Supridas pelo Sistema Secundário de Distribuição* desenvolvido pelos professores supracitados para a CELG Distribuição S/A no intervalo de tempo compreendido de novembro de 2007 a novembro de 2010.

DEFINIÇÕES DE POTÊNCIA E FATOR DE POTÊNCIA PARA CIRCUITOS TRIFÁSICOS DESBALANCEADOS

1.0 Introdução

As definições das grandezas elétricas aqui apresentadas são aplicáveis a um sistema elétrico trifásico desbalanceado que possui carga não linear, podendo ser particularizado a um sistema trifásico balanceado com ou sem carga não linear.

Na análise de sistemas desbalanceados com distorções harmônicas, a definição para a potência aparente foi proposta por F. Buchholz em 1922 e desenvolvida por W. Goodhue em 1933. Nesses trabalhos foi proposta a definição de potência aparente efetiva (ou equivalente), designada por S_e. Essas definições também se aplicam a cargas trifásicas balanceadas sem harmônicos. Até hoje é a definição de potência mais aceita.

1.1 Tensões e correntes

As tensões das fases *a*, *b* e *c* ($v_a(t), v_b(t)$ e $v_c(t)$) e as correntes de linha ($i_a(t)$, $i_b(t)$ e $i_c(t)$) instantâneas são definidas através das séries trigonométricas, de acordo com as expressões (1.1.1) e (1.1.2).

$$\begin{aligned}
v_a(t) &= \sqrt{2}V_{a1}sen(\omega_1 t + \alpha_{a1}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} V_{ah}sen(h\omega_1 t + \alpha_{ah}),\\
v_b(t) &= \sqrt{2}V_{b1}sen(\omega_1 t + \alpha_{b1} - \tfrac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} V_{bh}sen(h\omega_1 t + \alpha_{bh} - \tfrac{2\pi}{3}h),\\
v_c(t) &= \sqrt{2}V_{c1}sen(\omega_1 t + \alpha_{c1} + \tfrac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} V_{ch}sen(h\omega_1 t + \alpha_{ch} + \tfrac{2\pi}{3}h),
\end{aligned} \tag{1.1.1}$$

$$\begin{aligned}
i_a(t) &= \sqrt{2}I_{a1}sen(\omega_1 t + \beta_{a1}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} I_{ah}sen(h\omega_1 t + \beta_{ah}),\\
i_b(t) &= \sqrt{2}I_{b1}sen(\omega_1 t + \beta_{b1} - \tfrac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} I_{bh}sen(h\omega_1 t + \beta_{bh} - \tfrac{2\pi}{3}h),\\
i_c(t) &= \sqrt{2}I_{c1}sen(\omega_1 t + \beta_{c1} + \tfrac{2\pi}{3}) + \sqrt{2}\sum_{h\neq 1} I_{ch}sen(h\omega_1 t + \beta_{ch} + \tfrac{2\pi}{3}h),
\end{aligned} \tag{1.1.2}$$

onde:

h: ordem harmônica (múltiplo inteiro da frequência fundamental);

I_{a1}, I_{b1} e I_{c1}: valores eficazes das componentes fundamentais da corrente (A);

V_{a1}, V_{b1} e V_{c1}: valores eficazes das componentes fundamentais da tensão (V);

I_{ah}, I_{bh} e I_{ch}: valores eficazes das componentes harmônicas da corrente (A);

V_{ah}, V_{bh} e V_{ch}: valores eficazes das componentes harmônicas da tensão (V);

f_1: frequência da componente fundamental (60hertz);

ω_1: frequência angular fundamental (rad/s), $\omega_1 = 2\pi f_1$;

t : variável temporal (s);

β_{a1}, β_{b1} e β_{c1}: ângulos de fase das componentes fundamentais da corrente (rad);

α_{ah}, α_{bh}, α_{ch}, β_{ah}, β_{bh} e β_{ch}: ângulos de fase das componentes harmônicas da tensão e da corrente (rad), respectivamente.

1.2 Potência aparente efetiva

A definição de potência aparente efetiva (S_e) tem por base uma carga trifásica equivalente resistiva balanceada fictícia que apresenta exatamente as mesmas perdas em potência de uma carga trifásica real. A carga equivalente é ajustada para permitir que a transferência de potência seja máxima, sendo suprida por um alimentador idêntico ao da carga original. No caso geral, a carga trifásica real é desbalanceada a quatro fios e é suprida com tensões linha-neutro, V_a, V_b, V_c, tensões linha-linha, V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}, e absorve correntes de linha, I_a, I_b, I_c e a corrente de neutro, I_n. A partir desses valores eficazes, são definidas a tensão efetiva linha-neutro e a corrente efetiva de linha, V_e e I_e, respectivamente, que são grandezas de sequência positiva.

A potência aparente efetiva em VA (volt-ampere) é definida por meio da expressão (1.2.1):

$$S_e = 3V_e I_e . \tag{1.2.1}$$

A corrente efetiva (I_e) é relacionada ao valor eficaz da componente fundamental (I_{e1}) e ao valor eficaz que compreende todas as componentes harmônicas (I_{eH}):

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{eH}^2}\ . \qquad (1.2.2)$$

De modo análogo, o valor eficaz da tensão efetiva (V_e) pode ser escrito conforme (1.2.3):

$$V_e = \sqrt{V_{e1}^2 + V_{eH}^2}\ . \qquad (1.2.3)$$

As expressões para a corrente efetiva e para a tensão efetiva, aplicáveis a cargas trifásicas reais a quatro e a três fios, decorrem das condições especificadas para o sistema trifásico equivalente balanceado para estabelecer a definição de potência aparente efetiva.

1.2.1 Carga desbalanceada a quatro fios

A corrente efetiva é dada pela expressão (1.2.1.1):

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}}\ , \qquad (1.2.1.1)$$

onde, I_a, I_b, I_c e I_n são os valores eficazes das correntes das linhas *a*, *b*, *c* e o valor eficaz da corrente no condutor neutro, respectivamente, calculados como a seguir:

$$I_a^2 = I_{a1}^2 + I_{aH}^2;\ \ I_{aH}^2 = \sum_{h\neq 1} I_{ah}^2\ ;$$
$$I_b^2 = I_{b1}^2 + I_{bH}^2;\ \ I_{bH}^2 = \sum_{h\neq 1} I_{bh}^2\ ;$$
$$I_c^2 = I_{c1}^2 + I_{cH}^2;\ \ I_{cH}^2 = \sum_{h\neq 1} I_{ch}^2\ ;$$
$$I_n^2 = I_{n1}^2 + I_{nH}^2;\ \ I_{nH}^2 = \sum_{h\neq 1} I_{nh}^2\ .$$

Os valores eficazes da componente fundamental e das harmônicas da corrente são:

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 + I_{n1}^2}{3}}\ , \tag{1.2.1.2}$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}}\ . \tag{1.2.1.3}$$

A tensão efetiva é dada pela expressão (1.2.1.4):

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{18}}\ , \tag{1.2.1.4}$$

onde, V_a, V_b, V_c e V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} são os valores eficazes das tensões linha-neutro e os valores eficazes das tensões linha-linha, respectivamente, calculados como a seguir:

$$V_a^2 = V_{a1}^2 + V_{aH}^2;$$
$$V_b^2 = V_{b1}^2 + V_{bH}^2;$$
$$V_c^2 = V_{c1}^2 + V_{cH}^2;$$
$$V_{ab}^2 = V_{ab1}^2 + V_{abH}^2;$$
$$V_{bc}^2 = V_{bc1}^2 + V_{bcH}^2;$$
$$V_{ca}^2 = V_{ca1}^2 + V_{caH}^2.$$

Para a fase *a*, $V_{aH}^2 = \sum_{h \neq 1} V_{ah}^2$, e analogamente para as demais fases e também para as tensões linha-linha.

Os valores eficazes da componente fundamental e das harmônicas da tensão:

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{18}}\ , \tag{1.2.1.5}$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{18}}\ . \tag{1.2.1.6}$$

1.2.2 Carga desbalanceada a três fios

A corrente efetiva é dada pela expressão (1.2.2.1):

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}}\,. \tag{1.2.2.1}$$

Os valores eficazes da componente fundamental e das harmônicas da corrente efetiva são:

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}}\,, \tag{1.2.2.2}$$

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}}\,. \tag{1.2.2.3}$$

A tensão efetiva é dada pela expressão (1.2.2.4),

$$V_e = \sqrt{\frac{3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{18}}\,. \tag{1.2.2.4}$$

Os valores eficazes da componente fundamental e das harmônicas da tensão efetiva são:

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{18}}\,, \tag{1.2.2.5}$$

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{18}}\,. \tag{1.2.2.6}$$

1.3 Potência ativa

Para cargas trifásicas desbalanceadas, a potência ativa é obtida pela soma das potências ativas das fases, conforme definida a seguir.

$$P = P_a + P_b + P_c\,, \tag{1.3.1}$$

onde:

$$P_a = V_{a1} I_{a1} \cos(\alpha_{a1} - \beta_{a1}) + \sum_{h \neq 1} V_{ah} I_{ah} \cos(\alpha_{ah} - \beta_{ah}) \,,$$

$$P_b = V_{b1} I_{b1} \cos(\alpha_{b1} - \beta_{b1}) + \sum_{h \neq 1} V_{bh} I_{bh} \cos(\alpha_{bh} - \beta_{bh}) \,,$$

$$P_c = V_{c1} I_{c1} \cos(\alpha_{c1} - \beta_{c1}) + \sum_{h \neq 1} V_{ch} I_{ch} \cos(\alpha_{ch} - \beta_{ch}) \,.$$

No cálculo da potência ativa de cada uma das fases *a*, *b* e *c*, é utilizada a definição de potência média, conforme mostram as expressões (1.3.2) a (1.3.4) em que as tensões $v_a(t)$, $v_b(t)$, $v_c(t)$, e as correntes $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$ são aquelas apresentadas em (1.1.1) e (1.1.2), respectivamente.

$$P_a = \tfrac{1}{T} \int_0^T v_a(t) i_a(t) dt \,, \qquad (1.3.2)$$

$$P_b = \tfrac{1}{T} \int_0^T v_b(t) i_b(t) dt \,, \qquad (1.3.3)$$

$$P_c = \tfrac{1}{T} \int_0^T v_c(t) i_c(t) dt \,, \qquad (1.3.4)$$

onde, T é o período da componente fundamental da tensão.

1.3.1 Potência ativa não fundamental

Ao computar a potência ativa são levadas em conta as contribuições das componentes fundamentais da tensão e da corrente, bem como as contribuições das harmônicas de tensão e corrente, conforme é possível visualizar na expressão (1.3.1). Entretanto, para certas análises pode ser de interesse separar a potência efetivamente consumida pela carga da potência ativa que decorre da poluição harmônica. Assim, é definida a potência ativa fundamental, simbolizada por P_1, através da expressão (1.3.1.1).

$$P_1 = V_{a1} I_{a1} \cos(\alpha_{a1} - \beta_{a1}) + V_{b1} I_{b1} \cos(\alpha_{b1} - \beta_{b1}) + V_{c1} I_{c1} \cos(\alpha_{c1} - \beta_{c1}) \qquad (1.3.1.1)$$

A potência ativa não fundamental, simbolizada por P_H, é a diferença entre a potência ativa P e a potência ativa fundamental P_1, conforme estabelece a expressão (1.3.1.2).

$$P_H = P - P_1 . \qquad (1.3.1.2)$$

Se a potência ativa fundamental tem o sentido do seu fluxo originando no sistema de suprimento de 60hertz com destino na carga, a potência ativa não fundamental a partir do seu sinal pode indicar em um conjunto de cargas não lineares de qual carga originou uma ou mais harmônicas de frequências especificadas.

1.4 Potências fundamentais de sequências positiva, negativa e zero

O objetivo desta seção é apresentar as definições e expressões de cálculo das seguintes potências:

P_1^+: potência ativa fundamental de sequência positiva;
P_1^-: potência ativa fundamental de sequência negativa;
P_1^0: potência ativa fundamental de sequência zero;

Q_1^+: potência reativa fundamental de sequência positiva;
Q_1^-: potência reativa fundamental de sequência negativa;
Q_1^0: potência reativa fundamental de sequência zero;

S_1^+: potência aparente fundamental de sequência positiva;
S_1^-: potência aparente fundamental de sequência negativa.
S_1^0: potência aparente fundamental de sequência zero.

Antes de calcular as potências relacionadas é necessário determinar as tensões e as correntes de sequência positiva, de sequência negativa e de sequência zero a partir das tensões e correntes fundamentais em suas formas fasoriais. Sejam $\hat{V}_{a1}$, $\hat{V}_{b1}$ e $\hat{V}_{c1}$ as tensões fundamentais em módulo e fase, das fases *a*, *b* e *c*, respectivamente, e sejam $\hat{I}_{a1}$, $\hat{I}_{b1}$ e $\hat{I}_{c1}$ as correntes em módulo e fase, na frequência fundamental, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente.

As expressões (1.4.1) a (1.4.3) são utilizadas para obter as tensões de sequência:

$$\hat{V}_1^+ = \tfrac{1}{3}(\hat{V}_{a1} + a\hat{V}_{b1} + a^2\hat{V}_{c1}), \tag{1.4.1}$$

$$\hat{V}_1^- = \tfrac{1}{3}(\hat{V}_{a1} + a^2\hat{V}_{b1} + a\hat{V}_{c1}), \tag{1.4.2}$$

$$\hat{V}_1^0 = \tfrac{1}{3}(\hat{V}_{a1} + \hat{V}_{b1} + \hat{V}_{c1}). \tag{1.4.3}$$

As expressões (1.4.4) a (1.4.6) são utilizadas para obter as correntes de sequência:

$$\hat{I}_1^+ = \tfrac{1}{3}(\hat{I}_{a1} + a\hat{I}_{b1} + a^2\hat{I}_{c1}), \tag{1.4.4}$$

$$\hat{I}_1^- = \tfrac{1}{3}(\hat{I}_{a1} + a^2\hat{I}_{b1} + a\hat{I}_{c1}), \tag{1.4.5}$$

$$\hat{I}_1^0 = \tfrac{1}{3}(\hat{I}_{a1} + \hat{I}_{b1} + \hat{I}_{c1}), \tag{1.4.6}$$

onde:

$a =$ $1\angle 120^0 = \cos(120^0) + jsen(120^0) = -\tfrac{1}{2} + j\tfrac{\sqrt{3}}{2}$;
$a^2 =$ $1\angle -120^0 = \cos(-120^0) + jsen(-120^0) = -\tfrac{1}{2} - j\tfrac{\sqrt{3}}{2}$;
j: é a unidade imaginária.

As tensões e as correntes de sequência, obtidas da aplicação das expressões (1.4.1) a (1.4.3) e (1.4.4) a (1.4.6), são simbolizadas a seguir, em módulo e fase:

$\hat{V}_1^+$: tensão de sequência positiva com módulo V_1^+ e fase $\angle\hat{V}_1^+$;
$\hat{V}_1^-$: tensão de sequência negativa com módulo V_1^- e fase $\angle\hat{V}_1^-$;
$\hat{V}_1^0$: tensão de sequência zero com módulo V_1^0 e fase $\angle\hat{V}_1^0$;

$\hat{I}_1^+$: corrente de sequência positiva com módulo I_1^+ e fase $\angle\hat{I}_1^+$;
$\hat{I}_1^-$: corrente de sequência negativa com módulo I_1^- e fase $\angle\hat{I}_1^-$;
$\hat{I}_1^0$: corrente de sequência zero com módulo I_1^0 e fase $\angle\hat{I}_1^0$.

A partir das tensões e das correntes de sequência, calculam-se as potências de sequência:

$$P_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ \cos(\angle\hat{V}_1^+ - \angle\hat{I}_1^+)\,, \tag{1.4.7}$$

$$Q_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ sen(\angle\hat{V}_1^+ - \angle\hat{I}_1^+)\,, \tag{1.4.8}$$

$$P_1^- = 3V_1^- I_1^- \cos(\angle\hat{V}_1^- - \angle\hat{I}_1^-)\,, \tag{1.4.9}$$

$$Q_1^- = 3V_1^- I_1^- sen(\angle\hat{V}_1^- - \angle\hat{I}_1^-)\,, \tag{1.4.10}$$

$$P_1^0 = 3V_1^0 I_1^0 \cos(\angle\hat{V}_1^0 - \angle\hat{I}_1^0)\,, \tag{1.4.11}$$

$$Q_1^0 = 3V_1^0 I_1^0 sen(\angle\hat{V}_1^0 - \angle\hat{I}_1^0)\,. \tag{1.4.12}$$

As potências aparentes de sequência positiva, de sequência negativa e de sequência zero, na frequência fundamental, podem ser escritas em termos das potências ativa e reativa de sequência correspondente, como a seguir:

$$S_1^+ = 3V_1^+ I_1^+ = \sqrt{(P_1^+)^2 + (Q_1^+)^2}\,, \tag{1.4.13}$$

$$S_1^- = 3V_1^- I_1^- = \sqrt{(P_1^-)^2 + (Q_1^-)^2}\,, \tag{1.4.14}$$

$$S_1^0 = 3V_1^0 I_1^0 = \sqrt{(P_1^0)^2 + (Q_1^0)^2}\,. \tag{1.4.15}$$

É oportuno salientar que a potência ativa fundamental (vide (1.3.1.1)) do circuito trifásico ou da carga considerada é igual à soma das potências ativas fundamentais de sequência, conforme (1.4.16).

$$P_1 = P_1^+ + P_1^- + P_1^0\,. \tag{1.4.16}$$

Analogamente, para a potência reativa fundamental, vale a expressão (1.4.17).

$$Q_1 = Q_1^+ + Q_1^- + Q_1^0\,. \tag{1.4.17}$$

Consequentemente, a potência aparente fundamental pode ser calculada com a expressão (1.4.18).

$$S_1 = \sqrt{(P_1)^2 + (Q_1)^2} \,. \tag{1.4.18}$$

1.5 Potência aparente efetiva e a relação com os indicadores de distorção

As distorções harmônicas totais da tensão e da corrente efetivas são definidas nesta seção através de procedimentos análogos àqueles feitos para sistemas monofásicos. Também é mostrada a relação das componentes de potências aparentes com esses indicadores.

Combinando as expressões (1.2.1), (1.2.2) e (1.2.3) é possível mostrar que a potência aparente efetiva pode ser expressa em termos da potência aparente efetiva fundamental (S_{e1}) e da potência aparente efetiva não fundamental (S_{eN}).

$$S_e^2 = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \,, \tag{1.5.1}$$

onde:

$S_{e1} = 3V_{e1}I_{e1}$;

$S_{eN}^2 = (3V_{e1}I_{eH})^2 + (3V_{eH}I_{e1})^2 + (3V_{eH}I_{eH})^2$, ou seja,

$S_{eN}^2 = D_{eI}^2 + D_{eV}^2 + S_{eH}^2$.

As componentes da potência aparente efetiva não fundamental (S_{eN}) são designadas como a seguir:

$D_{eI} = 3V_{e1}I_{eH}$: é a potência de distorção de corrente;

$D_{eV} = 3V_{eH}I_{e1}$: é a potência de distorção de tensão;

$S_{eH} = 3V_{eH}I_{eH}$: é a potência aparente harmônica.

Nas expressões mostradas anteriormente, os valores eficazes das correntes equivalentes (ou efetivas), I_{e1} e I_{eH}, são calculados pelas expressões (1.2.1.2) e (1.2.1.3), respectivamente. Analogamente, os valores eficazes das tensões equivalentes, V_{e1} e V_{eH}, são calculados pelas expressões (1.2.1.5) e (1.2.1.6), respectivamente.

As distorções harmônicas totais de tensão e de corrente são definidas como a seguir:

– distorção harmônica efetiva total de tensão:

$$DTT_e = \frac{V_{eH}}{V_{e1}}, \tag{1.5.2}$$

– distorção harmônica efetiva total de corrente:

$$DTI_e = \frac{I_{eH}}{I_{e1}}. \tag{1.5.3}$$

Partindo da expressão (1.5.1), a potência aparente efetiva não fundamental é calculada a partir dos indicadores globais de distorção:

$$\frac{S_{eN}^2}{S_{e1}^2} = DTT_e^2 + DTI_e^2 + [(DTT_e)(DTI_e)]^2, \tag{1.5.4}$$

sendo que,

$$D_{eI} = S_{e1}(DTI_e);$$

$$D_{eV} = S_{e1}(DTT_e);$$

$$S_{eH} = S_{e1}(DTT_e)(DTI_e).$$

A relação (1.5.4) é interessante porque, por meio da razão de duas potências aparentes, S_{eN} e S_{e1}, ela engloba em um mesmo indicador as distorções harmônicas da tensão e da corrente, conforme é reescrita a seguir.

$$\frac{S_{eN}}{S_{e1}} = \sqrt{DTT_e^2 + DTI_e^2 + [(DTT_e)(DTI_e)]^2}. \tag{1.5.5}$$

Se, em porcentagem, tem-se $DTT_e \leq 5\%$ e $DTI_e \geq 40\%$, a seguinte aproximação no cálculo da potência aparente efetiva não fundamental é admitida:

$$S_{eN} = S_{e1}(DTI_e). \tag{1.5.6}$$

1.6 Potência aparente fundamental de desbalanço

Para avaliar o desbalanço da carga, é definida a potência aparente fundamental de desbalanço, designada pelo símbolo S_{U1}.

$$S_{U1} = \sqrt{S_{e1}^2 - (S_1^+)^2}\,, \tag{1.6.1}$$

onde, S_{e1} é a potência aparente efetiva fundamental e S_1^+ é a potência aparente fundamental de sequência positiva (vide (1.4.1.13)).

O fator de desbalanço da carga para a frequência fundamental é dado pela relação (1.6.2):

$$FDC = \frac{S_{U1}}{S_1^+}. \tag{1.6.2}$$

Vale ressaltar que a potência aparente fundamental de desbalanço permite avaliar o desbalanço da carga, enquanto que o desbalanço das tensões para a frequência fundamental é determinado pela razão entre tensões de sequência negativa e de sequência positiva, conforme a expressão (1.6.3).

$$FDT = \frac{V_1^-}{V_1^+}. \tag{1.6.3}$$

1.7 Fator de potência

Para cargas trifásicas desbalanceadas com ou sem distorções harmônicas, o fator de potência efetivo é definido conforme a expressão (1.7.1).

$$FP_e = \frac{P}{S_e}, \tag{1.7.1}$$

onde:

P : potência ativa expressa em W, tal que $P = P_a + P_b + P_c$;
S_e : potência aparente efetiva em VA, tal que $S_e = 3V_e I_e$.

Vale ressaltar que o fator de potência definido por (1.7.1) representa o índice de utilização do circuito de transmissão considerando tanto o desbalanço da carga quanto as distorções harmônicas.

É definido, também, para cargas trifásicas desbalanceadas, o fator de potência fundamental de sequência positiva, conforme a expressão (1.7.2).

$$FP_1^+ = \frac{P_1^+}{S_1^+}, \tag{1.7.2}$$

onde:

P_1^+ : potência ativa fundamental de sequência positiva expressa em W, definida em (1.4.7);
S_1^+ : potência aparente fundamental de sequência positiva, expressa em VA, definida em (1.4.13).

A tabela 1.7.1 apresenta um sumário das potências e dos indicadores para sistemas trifásicos desbalanceados com ondas senoidais com distorções harmônicas.

Tabela 1.7.1: Sumário das potências e indicadores para sistemas trifásicos

Quantidade ou indicador	Unidade	Combinada	Fundamental (60hertz)	Não fundamental
Potência aparente	VA	S_e	S_{e1} S_1^+ S_1^- S_1^0 S_{U1}	S_{eN} S_{eH}
Potência ativa	W	P	P_1 P_1^+ P_1^- P_1^0	P_H
Potência não ativa	var	–	Q_1^+ Q_1^- Q_1^0	D_{eI} D_{eV}
Utilização da linha	–	$FP_e = P/S_e$	$FP_1^+ = P_1^+ / S_1^+$	–
Poluição harmônica	–	DTT_e DTI_e	–	S_{eN}/S_{e1}
Desbalanço da carga	–	–	$FDC = S_{U1} / S_1^+$	–
Desbalanço das tensões	–	–	$FDT = V_1^- / V_1^+$	–

EXEMPLO NUMÉRICO DE CÁLCULO DE POTÊNCIA E FATOR DE POTÊNCIA EM UMA CARGA TRIFÁSICA DESBALANCEADA COM DISTORÇÕES HARMÔNICAS

2.0 Introdução

O objetivo deste exemplo é mostrar a aplicação das definições estabelecidas no capítulo precedente a um sistema trifásico desbalanceado com ondas de tensão e corrente com distorções harmônicas.

2.1 Dados

Os dados são praticamente os mesmos publicados na versão-tentativa de 2000 da IEEE Std 1459, que são similares aos que seriam coletados por medição se fosse empregado um analisador de qualidade de energia elétrica nos terminais de uma carga trifásica suprida por um sistema a quatro fios. Esses dados são mostrados na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Tensões e correntes nos terminais de uma carga trifásica não linear

Grandeza	*h*				
	1	3	5	7	9
V_{ah} (V)	219,03	22,52	10,78	16,30	18,92
fase (grau)	–0,74	6,76	142,30	146,70	–47,40
V_{bh} (V)	228,86	23,06	12,68	18,79	24,20
fase (grau)	–121,20	6,28	167,40	125,20	–49,19
V_{ch} (V)	227,20	19,03	9,42	14,41	18,00
fase (grau)	121,30	9,70	157,70	136,50	–47,35
I_{ah} (A)	99,98	68,83	34,89	27,84	5,93
fase (grau)	–22	100,00	–175,00	–65,00	48,00
I_{bh} (A)	93,49	79,75	42,29	45,80	40,58
fase (grau)	–120,80	99,49	65,09	–167,90	41,89
I_{ch} (A)	0	0	0	0	0
fase (grau)	0	0	0	0	0
I_{nh} (A)	178,08	21,01	63,27	67,86	65,74
V_{abh} (V)	388,91	0,57	5,43	6,99	5,32
V_{bch} (V)	389,72	4,23	3,61	5,45	6,22
V_{cah} (V)	390,49	3,66	2,98	3,31	0,90

2.2 Cálculos

A solução é a seguinte.

Calculam-se primeiramente as correntes efetivas pela aplicação das expressões (1.2.1.1), (1.2.1.2) e (1.2.1.3), obtendo-se:

I_e = 165,81 A;

I_{e1} = 129,68A;

I_{eH} = 103,33A.

As tensões efetivas são obtidas aplicando-se as expressões (1.2.1.4), (1.2.1.5) e (1.2.1.6):

V_e = 226,49V;

V_{e1} = 225,03V;

V_{eH} = 25,63V.

A potência aparente efetiva é calculada com o emprego da expressão (1.2.1):

S_e = 112,66kVA.

As expressões de cálculo das potências ativas das fases estão em função dos ângulos α e β que são apresentados na tabela 2.2 obtidos a partir dos dados da tabela 2.1 e de acordo com a notação estabelecida em (1.1.1) e (1.1.2).

Tabela 2.2: Ângulos α_{ah}, α_{bh}, α_{ch} e β_{ah}, β_{bh}, β_{ch} referentes às tensões e às correntes

Ângulos	h				
	1	3	5	7	9
α_{ah} (grau)	–0,74	6,76	142,30	146,70	–47,40
α_{bh} (grau)	–1,20	6,28	47,40	–114,8	–49,19
α_{ch} (grau)	1,30	9,70	–82,30	16,50	–47,35
β_{ah} (grau)	–22,00	100,00	–175,00	–65,00	48,00
β_{bh} (grau)	–0,80	99,49	–54,91	–47,90	41,89
β_{ch} (grau)	0	0	0	0	0

As potências ativas das fases e a total são obtidas com a aplicação de (1.3.1):

P_a = 20,20kW;

P_b = 21,50kW;

P_c = 0,00kW;

P = 41,70kW.

A potência ativa fundamental P_1 é igual a 41,81kW e a potência ativa não fundamental P_H é igual a –0,11kW, calculadas com as expressões (1.3.1.1) e (1.3.1.2).

Para calcular a tensão fundamental de sequência positiva e a corrente fundamental de sequência positiva será necessário lidar com os fasores das grandezas tensão e corrente na frequência fundamental, os quais estão mostrados na coluna h = 1 da tabela 2.3.

Tabela 2.3: Tensões e correntes expressas na forma fasorial

Fasor	h				
	1	3	5	7	9
$\hat{V}_{ah}$ (V)	$219{,}03\angle -0{,}74^0$	$22{,}52\angle 6{,}76^0$	$10{,}78\angle 142{,}3^0$	$16{,}3\angle 146{,}7^0$	$18{,}92\angle -47{,}4^0$
$\hat{V}_{bh}$ (V)	$228{,}86\angle -121{,}2^0$	$23{,}06\angle 6{,}28^0$	$12{,}68\angle 167{,}4^0$	$18{,}79\angle 125{,}2^0$	$24{,}2\angle -49{,}19^0$
$\hat{V}_{ch}$ (V)	$227{,}2\angle 121{,}3^0$	$19{,}03\angle 9{,}7^0$	$9{,}42\angle 157{,}7^0$	$14{,}41\angle 136{,}5^0$	$18\angle -47{,}35^0$
$\hat{I}_{ah}$ (A)	$99{,}98\angle -22^0$	$68{,}83\angle 100^0$	$34{,}89\angle -175^0$	$27{,}84\angle -65^0$	$5{,}93\angle 48^0$
$\hat{I}_{bh}$ (A)	$93{,}49\angle -120{,}8^0$	$79{,}75\angle 99{,}49^0$	$42{,}29\angle 65{,}09^0$	$45{,}8\angle -167{,}9^0$	$40{,}58\angle 41{,}89^0$

A tensão fundamental de sequência positiva é obtida com o emprego de (1.4.1):

$$\hat{V}_1^+ = \tfrac{1}{3}\left(219{,}03\angle -0{,}74^0 + (1\angle 120^0)228{,}86\angle -121{,}2^0 + (1\angle -120^0)227{,}2\angle -121{,}3^0\right)$$

$$\hat{V}_1^+ = 224{,}99\angle -0{,}21^0 \text{ V}.$$

A corrente fundamental de sequência positiva é obtida usando (1.4.4):

$$\hat{I}_1^+ = \tfrac{1}{3}\left(99{,}98\angle -22^0 + (1\angle 120^0)93{,}49\angle -120{,}8^0 + (1\angle -120^0)0\angle 0^0\right),$$

$$\hat{I}_1^+ = 63{,}39\angle -11{,}76^0 \text{A}.$$

A diferença de fase entre $\hat{V}_1^+$ e $\hat{I}_1^+$ é $\angle\hat{V}_1^+ - \angle\hat{I}_1^+$=11,55^0.

Utilizando-se dos fasores tensão e corrente calculados anteriormente, a potência ativa fundamental de sequência positiva e a potência reativa fundamental de sequência positiva são obtidas com as expressões (1.4.7) e (1.4.8), respectivamente:

$P_1^+ = 41{,}92\,\text{kW}.$

$Q_1^+ = 8{,}57\,\text{kvar}.$

A partir dos valores eficazes da tensão e da corrente calculados anteriormente, obtém-se com a expressão (1.4.13) a potência aparente fundamental de sequência positiva:

$S_1^+ = 42{,}79\,\text{kVA}.$

A potência aparente efetiva fundamental (expressão (1.5.1)) vale S_{e1} = 87,55kVA. A potência efetiva não fundamental resulta em S_{eN} = 70,91kVA e as potências de distorção D_{eI} e D_{eV}, resultam em 69,76kvar e 9,97kvar. A potência aparente harmônica é S_{eH} = 7,94kVA. A relação S_{eN}/S_{e1} é igual a 0,8099. Em porcentagem é 80,99%.

As distorções harmônicas totais, DTT_e e DTI_e, em porcentagem são iguais a 11,39% e 79,70%, respectivamente (expressões (1.5.2) e (1.5.3)).

Através da expressão (1.6.1) é possível calcular a potência aparente fundamental de desbalanço, $S_{U1} = 76{,}38\,\text{kVA}$. O cálculo da relação S_{U1}/S_1^+, que resulta igual a 1,78, indica um considerável desbalanço da carga.

O fator de potência efetivo é obtido com o uso de (1.7.1) e resulta em:

FP_e = 0,370.

O fator de potência fundamental de sequência positiva é calculado usando a expressão (1.7.2):

$FP_1^+ = 0{,}980\,.$

Observa-se, por comparação dos resultados dos fatores de potência FP_e e FP_1^+, que as distorções harmônicas e o desbalanço têm influência decisiva nos valores desses parâmetros.

EXEMPLO NUMÉRICO DE CÁLCULO DE POTÊNCIA E FATOR DE POTÊNCIA EM UMA CARGA TRIFÁSICA BALANCEADA SEM DISTORÇÕES HARMÔNICAS

3.0 Introdução

O objetivo deste exemplo é mostrar que as definições estabelecidas no capítulo intitulado Definições de Potência e Fator de Potência para Circuitos Trifásicos Desbalanceados também se aplicam a sistemas trifásicos balanceados com ondas de tensão e corrente livre de distorções harmônicas.

3.1 Dados

Os dados são similares aos que seriam obtidos a partir de medições realizadas através de um analisador de qualidade de energia elétrica nos terminais de uma carga trifásica linear. Os dados são mostrados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Tensões e correntes da carga obtidas com o emprego de um analisador de qualidade de energia elétrica

Grandeza	*h*				
	1	3	5	7	9
V_{ah} (V)	219,03	0	0	0	0
fase (grau)	0	0	0	0	0
V_{bh} (V)	219,03	0	0	0	0
fase (grau)	–120	0	0	0	0
V_{ch} (V)	219,03	0	0	0	0
fase (grau)	120	0	0	0	0
I_{ah} (A)	99,98	0	0	0	0
fase (grau)	–22	0	0	0	0
I_{bh} (A)	99,98	0	0	0	0
fase (grau)	–142	0	0	0	0
I_{ch} (A)	99,98	0	0	0	0
fase (grau)	98	0	0	0	0
I_{nh} (A)	0	0	0	0	0
V_{abh} (V)	379,37	0	0	0	0
V_{bch} (V)	379,37	0	0	0	0
V_{cah} (V)	379,37	0	0	0	0

3.2 Cálculos

A solução é a seguinte.

Calculam-se primeiramente as correntes efetivas pela aplicação das expressões (1.2.1.1), (1.2.1.2) e (1.2.1.3), obtendo-se:

I_e = 99,98 A;

I_{e1} = 99,98A;

I_{eH} = 0A.

As tensões efetivas são obtidas aplicando-se as expressões (1.2.1.4), (1.2.1.5) e (1.2.1.6):

V_e = 219,03V;

V_{e1} = 219,03V;

V_{eH} = 0V.

A potência aparente efetiva é calculada com o emprego da expressão (1.2.1):

S_e = 65,70kVA.

As potências ativas das fases e a total são obtidas com a aplicação de (1.3.1):

P_a = 20,30kW;

P_b = 20,30kW;

P_c = 20,30kW;

P = 60,90kW.

A tensão fundamental de sequência positiva é obtida com o emprego de (1.4.1):

$\hat{V}_1^+ = 219{,}03\,\mathrm{V}$ e fase 0º.

A corrente fundamental de sequência positiva é obtida com o emprego de (1.4.2):

$\hat{I}_1^+ = 99{,}98\,\mathrm{A}$ e fase –22º.

Utilizando-se dos valores eficazes da tensão e da corrente calculadas anteriormente, obtém-se com a expressão (1.4.13) a potência aparente fundamental de sequência positiva:

$S_1^+ = 65{,}70\,\mathrm{kVA}$.

A potência ativa fundamental de sequência positiva é obtida com a expressão (1.4.7):

$P_1^+ = 60{,}90\,\mathrm{kW}$.

A potência reativa fundamental de sequência positiva é obtida com a expressão (1.4.8):

$Q_1^+ = 24{,}61\,\mathrm{kvar}$.

A potência aparente efetiva fundamental (expressão (1.5.1)), S_{e1}, corresponde, neste exemplo, à potência aparente efetiva, $S_{e1} = S_e = 65{,}696\,\mathrm{VA}$. A potência efetiva não fundamental, S_{eN}, e as potências de distorção D_{eI} e D_{eV}, bem como a potência aparente harmônica, S_{eH}, são nulas.

Obviamente, as distorções harmônicas totais, DTT_e e DTI_e, são nulas uma vez que, neste exemplo, as ondas de tensão e corrente são senoidais e livre de distorções harmônicas.

Através da expressão (1.6.1) é possível constatar que a potência aparente fundamental de desbalanço é nula.

O fator de potência efetivo é obtido com o uso de (1.7.1) e resulta em:

$FP_e = 0{,}927$.

O mesmo valor obtido para o fator de potência efetivo é também calculado para o fator de potência fundamental de sequência positiva através de (1.7.2):

$FP_1^+ = 0{,}927$.

Ao concluir este exemplo em que a carga trifásica é linear e balanceada é possível afirmar que os resultados para as grandezas elétricas potência, fator de potência etc. obtidos com a utilização das definições de potência e fator de potência para o caso generalizado são idênticos aos que seriam obtidos empregando-se expressões usuais da teoria convencional de circuitos elétricos.

BIBLIOGRAFIA

IEEE – The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions – Std 1459-2010. New York, March 19, 2010.

WALID, G. M.; EL-HAWARY, M.E. Reformulating Three-Phase Power Components Definitions Contained in the IEEE Standard 1459-2000 Using Discrete Wavelet Transform. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 22, No. 3, pp. 1917-1925, 2007.

EMANUEL, A. E. Some Challenges for the IEEE Standard 1459. IEEE. 2005.

WILLEMS, J.L.; GHIJSELEN, J.A.; EMANUEL, A.E. The Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, pp. 876-884, April 2005.

WILLEMS, J.L.; GHIJSELEN, J.A.; EMANUEL, A.E. Addendum to the Apparent Power Concept and the IEEE Standard 1459-2000. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, pp. 885-886, April 2005.

EMANUEL, A. E. IEEE Standard 1459: Questions and Future Direction – Quo Vadis? IEEE, pp. 82-86, 2003.

EMANUEL, A. E. Introduction to IEEE Trial-Use Standard 1459-2000. IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 1674-1676, 2002.

IEEE – The Institute of Electrical and Electronics Engineers, IEEE Trial-use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions – Std 1459-2000. New York, January 30, 2000.

EMANUEL, A. E. Apparent Power Definitions for Three-Phase Systems. IEEE Transactions on Power Delivery, 1999.

EMANUEL, A. E. Apparent Power: A Practical Approach to its Resolution. Worcester Polytechnic Institute, MA 01609. IEEE, pp. 1-6, 1998a.

EMANUEL, A. E. Apparent Power: Components and Physical Interpretation. Worcester Polytechnic Institute, MA 01609. IEEE, pp. 1-13, 1998b.

EMANUEL, A. E. The Buchholz-Goodhue Apparent Power Definition: The Practical Approach for Nonsinusoidal and Unbalanced Systems. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, No. 2, pp. 344-350, April 1998.

EMANUEL, A. E. On the Assessment of Harmonic Pollution. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 3, pp. 1693-1698, July 1995.